Description du problème de l'optimalité de la re-coloration

Soient un graphe $G = (V, E, c_V)$ avec V l'ensemble des noeuds du graphe, E l'ensemble des arcs (pondérés par un entier positif), c_V la couleur des noeuds et $S = (s_1, s_2, ..., s_k)$ un ensemble d'ensembles de noeuds. Étant donné une série d'opérations (additions, suppressions ou modifications des noeuds ou des arcs) effectuée sur le graphe G, le problème est de trouver une nouvelle coloration c'_V telle qu'elle minimise

$$min(\alpha C_r + \beta C_t)$$

où

$$C_r = \sum C_{r_n}$$
$$C_t = \sum C_{t_e}$$

avec la contrainte

$$\forall j, 1 \leq j \leq k : \forall a, b \in s_j : c'_a = c'_b$$

et

$$\forall n \in V : C_{r_n} = \begin{cases} 1 \text{ si } c_n \neq c'_n \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$
$$\forall e = (a, b, p) \in E : C_{t_e} = \begin{cases} p \text{ si } c'_a \neq c'_b \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$

α et β sont des constantes qui permettent d'apporter plus ou moins d'importance à l'un des deux coûts.

Nous prenons comme convention qu'un noeud non modifié garde sa couleur, tandis que un noeud modifié ou ajouté prend, par défaut, la couleur blanche pour indiquer qu'il n'en a pas encore. Dès lors, deux noeuds blancs sont considérés comme étant de couleurs différentes.